******华中科技大学计算机与科学技术学院2022~2023第二学期**

解

答

内

容

不

得

超

过

装

订

线

解答内容不得超过装订线

**“离散数学（一）”考试试卷 (A卷)**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **考试方式** | **闭卷** | **考试日期** | **2023.5** | **考试时长** | **150 分钟** |
| **专业班级** |  | **学 号** |  | **姓 名** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题号** | **一** | **二** | **三** | **四** | **五** | **六** | **总分** | **核对人** |
| **分值** | 14 | 62 | 24 |  |  |  | 100 |  |
| **得分** |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **分 数** |  |
| **评卷人** |  |

一. 判断与填空题(每小题2分，共14分)

1. 有理数集合和实数集合等势。 （ ）
2. A、B、C均为集合，则A×**B**×C=（A×**B**）×C，“×”为笛卡尔积。（ ）
3. 关系的复合运算满足结合律。（ ）
4. 欧拉公式适用于有多个连通分量的平面图。（ ）
5. 每个图的极大点独立集都是极小支配集。（ ）
6. 任意集合A的幂集P(A)上定义的包含关系是全序关系。（ ）
7. 集合A={a,b,c}, B={1,2,3}，A到B上的关系有\_\_\_\_个；函数有\_\_\_\_个。

|  |  |
| --- | --- |
| **分 数** |  |
| **评卷人** |  |

二. 解答题（共62分）

1. 设三个函数f: R→R, f(x)=x2-2； g: R→R, g(x)=x+4; h: R→R, h(x)=x3-1。请分别求fοg和gοf，并判断他们是否为单射、满射和双射函数。此外判断f，g和h哪些有反函数，如果有请给出相应反函数。[提示：fοg(x)＝g(f(x))]（8分）
2. 给出集合A={a,b,c}上的一个二元关系R，使得R不具有以下五个性质(自反，反自反，对称，反对称，传递)中任一性质，解释这个关系R为什么没有这些性质，并画出R的关系图； 此外分别给出关系R的自反、对称和传递闭包,并画出其相应的关系图。（6分）
3. 下图是偏序集<X, ≤>的哈斯图，求集合X和关系≤的集合表达式，并指出该偏序集的极大元、极小元、最大元和最小元。（6分）

**d**

**f**

**c**

**b**

**e**

**a**

1. 两图G1和G2如下所示，请画出G1和G2的合成图G，即G=G1[G2]，并作说明。（4分）

**G1**

**1**

**2**

**G2**

**a**

**b**

**c**

1. 请判断度数序列(1,1,1,2,2,2,2,3)是否可以构成一个无向树；如果可以，请画出至少四个满足该度数序列的非同构无向树。（6分）
2. 画一颗权为1,2,3,4,5,6,7,8,9,10的最优5叉树，并计算它的权。（6分）
3. 判断下图是否是欧拉图、哈密顿图、对偶图和平面图，请说明理由。（8分）

*b*

*a*

*f*

*d*

*c*

*g*

*e*

1. 设按顺序排列的13张梅花纸牌，"A,2,3,4,5,6,7,8,9,10,J,Q,K", 经过1次洗牌后牌的顺序变为"3,8,K,A,4,10,Q,J,5,7,6,2,9",问再经两次同样方式的洗牌后牌的顺序是怎样的？需给出求解过程。（6分）
2. 请在下图中分别给出两个最小支配集和两个最小点覆盖，并说明理由。（6分）

a

b

**c**

d

**e**

f

**g**

1. 假设有5个信息中心A、B、C、D、E，它们之间的距离(以百公里为单位)如图所示。要交换数据，我们可以在任意两个信息中心之间通过光纤连接，但是费用的限制要求铺设尽可能少的光纤线路。重要的是每个信息中心能和其它中心通信，但并不需要在任意两个中心之间都铺设线路，可以通过其它中心转发。请给出此方案和详细求解过程。（6分）

A

B

C

D

E

4

7

2

6

12

8

1

5

9

10

|  |  |
| --- | --- |
| **分 数** |  |
| **评卷人** |  |

三. 证明(每题8分，共24分)

1. 设函数f: R×R→R×R, f(<x,y>)=<(x+y)/2, (x-y)/2>，证明f是双射函数。
2. 设G为n（n≥3）阶简单无向图，边数m=((n-1)(n-2))/2+2，证明图G是哈密顿图。
3. 设G是n阶m条边的简单连通平面图，已知m<30，证明图G中节点最小度数δ(G)≤4。